RAPPORT 30.314-2

Overzicht van de gebruikte methoden voor de controle van het draagvermogen van bestaande bruggen en de mogelijkheden voor automatisering daarvan.

75, 160, 162, 167

A+O

[redacted]

RAPPORT 30.314-2

Overzicht van de gebruikte methoden voor de controle van het draagvermogen van bestaande bruggen en de mogelijkheden voor automatisering daarvan.

Datum : November 1987

Opstellers : [redacted]

Gecontroleerd :

Hoofd Advies- & Ontwikkelingsgroep,

23.11.1987

[redacted]

Inhoudsopgave

Hoofdstuk	Inhoud	bladzijde
1.0	Inleiding	3
1.1	Samenvatting	3
2.0	Berekeningsopzet	4
2.1	Visuele controle	4
2.2	Rekenkundige controle	4
2.2.1	Rijbanen	5
2.2.2	Trambanen	5
2.2.3	Trottoirs	5
3.0	De berekening	6
3.1	De maatgevende doorsnede	6
3.2	Bepalen eigen gewicht en rustende belasting	6
3.3	Bepalen sterkte parameters van samengestelde doorsnede	6
3.3.1	De toelaatbare spanning	7
3.3.2	Het weerstandsmoment	8
3.4	Bepalen nuttige belasting	9
3.4.1	De rijbaan	9
3.4.2	De trambaan	10
3.4.3	Belastingspreiding	11
3.5	Bepalen toelaatbare mobiele belasting	12
4.0	Conclusies	13

Bijlagen

Bijlage 1: Laststelsels van trams G9, SL4 en SL5

Bijlage 2: Plaattheorie

1.0 Inleiding

In opdracht van de [redacted] wordt door de [redacted] regelmatig door middel van controleberekeningen het draagvermogen van bruggen vastgesteld.
De [redacted] heeft verzocht om inzicht te verschaffen over de wijze waarop het draagvermogen van bestaande bruggen vastgesteld wordt, met als achterliggende gedachte de mogelijkheid van automatisering van deze controle berekeningen.
In dit rapport wordt op de opbouw van de controleberekeningen besproken en wordt ingegaan op de theoretische achtergronden.

In de bijlagen zijn de laststelsels van enige trams opgenomen en een verhandeling over de plaattheorie.

1.1 Samenvatting

Geconcludeerd kan worden dat er verscheidene mechanismen zijn waardoor het draagvermogen van een brug hoger kan zijn dan uit een een standaard controle berekening blijkt.
Helaas zijn er ook mechanismen denkbaar die het draagvermogen negatief beinvloeden.
Dit soort mechanismen zijn moeilijk te onderkennen en te kwantificeren. Het vereist steeds weer een zorgvuldige afweging.
Hiermee is ook het bezwaar tegen het volledig automatiseren van deze controleberekeningen aangegeven.

Wel kunnen gedeeltes van de controleberekeningen geautomatiseerd worden, bijvoorbeeld de berekening van traagheidsmomenten, de bepaling van het maatgevende tramlaststelsel e.d., waardoor een tijdswinst behaald kan worden.

2.0 Berekeningsopzet.

De controle van het draagvermogen bestaat uit twee gedeelten:
1. Visuele controle
2. Rekenkundige controle

Verder kan nog worden besloten tot aanvullend onderzoek in de vorm van b.v. een röntgenonderzoek, materiaalbeproeving of zelfs een proefbelasting.

2.1 Visuele controle.

De visuele controle heeft tot doel:
1. Direkte controle; het beoordelen van konstruktieonderdelen, die niet rekenkundig beoordeeld worden.
   Voorbeeld: staat metselwerk, leuningen, remmingwerken e.d.
2. Het controleren van sterkteparameters voor de rekenkundige controle. Voorbeeld: de staat van de profielen en het brugdek.
3. Het controleren van belastingparameters. Voorbeeld: door herprofilering kan de rustende belasting veranderd zijn.

2.2 Rekenkundige controle.

Omdat de te controleren bruggen meestal van het type "Verbundträger" zijn, is de controleberekening daarop toegespitst. De methode is dus niet zonder meer bruikbaar voor andere brugdektypes.

De volgende bezwijkmechanismen betreffende het brugdek kunnen onderscheiden worden:
1. Bezwijken ter plaatse van het maximale moment door het overschrijden van de maximale staalspanning.
2. Bezwijken ter plaatse van de maximale dwarskracht door het overschrijden van de maximale schuifspanning.
3. Bezwijken van het beton t.p.v. het maximale moment door het overschrijden van de betondrukspanning.
4. Bezwijken door vermoeiing.

Dit zijn de belangrijkste bezwijkmechanismen, er zijn nog meer denkbaar. Ook de landhoofden en de funderingen daarvan, kunnen bezwijken.

In eerste instantie wordt bezwijkmechanisme 1, bezwijken van de stalen ligger t.p.v. het maximale moment, als maatgevend beschouwd.

Mocht daartoe aanleiding zijn, b.v. na een visuele inspektie, dan worden ook de andere bezwijkmechanismen gecontroleerd.
Voorbeeld: als de opleggingen aangetast zijn dan worden deze op dwarskracht gecontroleerd.
In het algemeen zullen landhoofden en de funderingen daarvan pas gecontroleerd worden als de visuele inspektie daartoe aanleiding geeft.

Het brugdek is op te splitsen in drie gedeelten:

1. Rijbanen
2. Trambanen
3. Trottoirs

Het betreft hier een algemene opzet. In de praktijk kunnen er afwijkende situaties voorkomen.

2.2.1 Rijbanen.

De sterkte van het brugdek van de rijbaan wordt gerelateerd aan de aan de belastingklasse 60 uit de V.O.S.B. (Voorschriften Ontwerpen Stalen Bruggen)
De uitkomst van deze berekening is een fictieve verkeersklasse welke bepaald wordt door een factor maal de belasting behorende bij verkeersklasse 60.
De V.O.S.B. is bedoeld voor stalen bruggen. Bij gebrek aan beter worden deze voorschriften ook voor brugdekken van het "Verbundträger" type gebruikt.
Met betrekking tot de stootkoëfficient geven de Voorschriften Beton een alternatief. Gezien de grotere massa en dus grotere demping, van een Verbundträgerdek ten opzichte van die van een stalen dek, is dit een meer realistische benadering.

2.2.2 Trambanen

De sterkte van het brugdek van de trambaan wordt gerelateerd aan de maatgevende tram.
De uitkomst van deze berekening is een faktor maal de maatgevende tram. Een faktor groter dan 1 betekent het betreffende laststelsel zonder bezwaar over de overspanning kan.
De maatgevende tram is die tram die bij een bepaalde overspanning het grootste buigende moment in de langsliggers veroorzaakt.
In dit rapport wordt onderscheid gemaakt tussen drie typen laststelsels van trams:
- tramstel 9G
- slijpwagen SL4
- slijpwagen SL5

Een van deze laststelsels wordt geacht maatgevend te zijn voor die bepaalde overspanning.
De uitkomst van de controleberekening is, zoals eerder aangegeven, een faktor maal het maatgevende tram-laststelsel. Deze faktor is betrokken op het gewicht van het betreffende laststelsel. De verdeling van het gewicht over de assen blijft hetzelfde.
Maatgevend betekent tevens dat het brugdek in staat is minimaal de faktor maal het gewicht van de andere laststelsels, te dragen.

2.2.3 Trottoirs

Worden in een normale situatie als niet maatgevend beschouwd.

3.0 De berekening.

De berekening wordt opgesplitst in:

1. Vaststellen van de maatgevende doorsnede / overspanning (meestal meerdere kombinaties)

2. Bepaling eigen gewicht (e.g.) en rustende belasting (r.b.) in de maatgevende doorsneden.

3. Bepaling van de sterkteparameters van de (samen)gestelde doorsnede.(W, $\bar{\sigma}$).

4. Bepaling van de maximaal mogelijke nuttige belasting in de vorm van een mobiele belasting.
De uitkomst wordt gegeven in:
- voor rijbaan : faktor * klasse 60
- voor trambaan : faktor * maatgevende tram

3.1 Maatgevende doorsnede / overspanning.

In beschouwing moet worden genomen:

1. Het type staal profiel.
2. De dikte van het brugdek.
3. De overspanning.
4. Het laststelsel.

3.2 Bepalen eigen gewicht en rustende belasting.

Dit spreekt in principe voor zich, wel moet er uniformiteit zijn in de gebruikte waarden voor bepaalde materiaalkonstanten (bijvoorbeeld : S.G. beton = 24 kN/m3 e.d.)
Het dwarsprofiel van de brug zal ter plaatse gecontroleerd moeten worden, omdat het in de praktijk voorkomt dat door herprofileringen de rustende belasting aanmerkelijk is toegenomen.

3.3 Bepalen sterkte parameters van de samengestelde doorsnede

Het toelaatbare moment is het produkt van de toelaatbare spanning ($\bar{\sigma}$) en het weerstandsmoment (W) van de samengestelde doorsnede.

3.3.1 De toelaatbare spanning

In principe kunnen er twee spanningen maatgevend zijn;
a. De staalspanning.
b. De betonspanning.

In het algemeen zal de staalspanning maatgevend zijn.
De toelaatbare staalspanning wordt bepaald door de rekenwaarde vloeispanning te delen door een veiligheidskoefficient .
Dit betekent dat de veiligheid van de constructie aan de sterktezijde wordt ondergebracht en dat er niet met belastingfaktoren gerekend hoeft te worden, afgezien van belastingfaktoren, die dynamische effekten in rekening brengen.
Voor de bepaling van de rekenwaarde van de vloeispanning is enig inzicht in de ontwikkeling van de staalkwaliteit en de voorschriften noodzakelijk.
Men spreekt van staal indien het koolstofgehalte lager is dan 1,9%.
Processen welke het mogelijk maken dat dit percentage bereikt wordt zijn midden 19e eeuw ontwikkeld. Dit betreft de ontwikkeling van de zogenaamde convector staalsoorten. Genoemd kunnen worden Bessemer (1853), Thomas (1878) en Siemens-Martens (1864). Het laatstgenoemde proces, waarbij ijzererts met schroot in de convector wordt samengebracht, is tot 1950 het meest toegepaste proces proces (90%) geweest. In 1950 is het oxystaalproces tot ontwikkeling gekomen welk sinds 1958 bij de Hoogovens wordt gebruikt. Met de ontwikkeling van de processen is de staalkwaliteit steeds toegenomen en beter beheersbaar geworden. In de voorschriften is dit tot uitdrukking gekomen door het opvoeren van de toelaatbare trekspanning van 140 N/mm2 (VOSB '38) naar 160 N/mm2 (VOSB '63).
Voor bruggen gebouwd na 1963 mag dus een toelaatbare spanning aangehouden worden van 160 N/mm2.
Voor de periode hiervoor zal de toelaatbare staalspanning tenminste beperkt dienen te worden tot 140 N/mm2.
Naast bovengenoemde aspecten wordt bij de vaststelling van de toelaatbare spanning ook gelet op:
- land van herkomst: oud profielstaal afkomstig uit Engeland is vaak van mindere kwaliteit dan profielstaal afkomstig uit Duitsland van dezelfde periode.
- type en profiel : betreft het moderne breedflensprofielen of is er sprake van verouderde profieltypen.
- conditie : is het profiel wel of niet gecorrodeerd.

Globaal wordt de volgende indeling aangehouden
1. na 1963: = 160 N/mm2
2. voor 1963: = 140 of 120 N/mm2 afhankelijk van andere aspecten.

De invloed van de toelaatbare spanning op het draagvermogen is groot, zoals uit de tabellen in rapport 30.314-1: "Controle draagvermogen van de bruggen 75, 160, 162 en 167" blijkt.
Het verdient dus aanbeveling de toelaatbare staalspanning van vooral oudere staalprofielen, zorgvuldig vast te stellen.
Nader (metallurgisch) onderzoek zal moeten aantonen of deze waarde eventueel verhoogd KAN worden (of eventueel verlaagd MOET worden).

3.3.2 Het weerstands moment.

Betreft het een brugdek waarbij de samenwerking tussen stalen liggers en het betonnen dek niet aanwezig is dan kan volstaan worden met het bepalen van het weerstandsmoment van de stalen ligger (tabel).
Indien samenwerking verondersteld mag worden is er sprake van een "Verbundträgerdek" en zal het weerstandsmoment van de samengestelde doorsnede bepaald moeten worden.
De mate van samenwerking tussen stalen ligger en betonnen dek wordt bepaald door verhouding tussen de elasticiteitsmoduli van staal en beton.
Hierin wordt tevens de mate van samenwerking tussen stalen profiel en het betonnen dek verrekend.

Gesteld wordt $n = Es/Eb$ .....(1)

Es : elasticiteitsmodulus staal
Eb : elasticiteitsmodulus beton

I.h.a. geldt dat n waarden tussen de 5 en 15 kan aannemen.

Achtereenvolgens moeten bepaald worden:

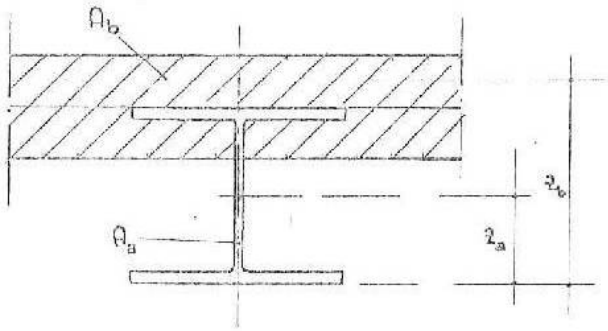
- ligging van het zwaartepunt van de samengestelde doorsnede
- traagheidsmoment van de samengestelde doorsnede

Daarna kunnen de weerstandsmomenten berekend worden.

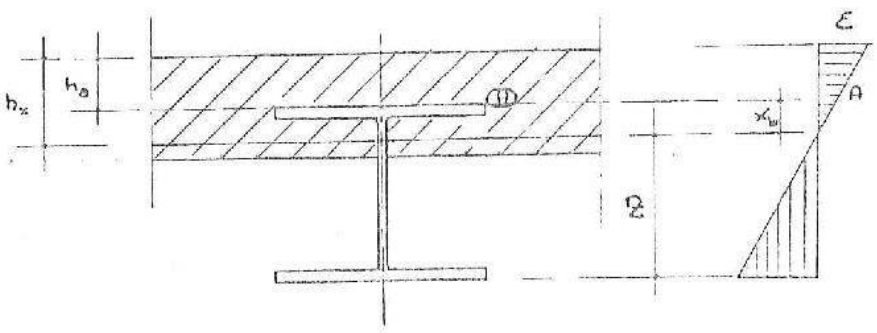
De ligging van het zwaartepunt volgt uit:

$$Z = (Zb*Ab + n*Za*Aa)/(Ab + n*Aa) \quad \ldots\ldots(2)$$

Zie figuur 1.



Hieruit volgt dat Z een funktie van van n is.
Als de juiste ligging van de neutrale lijn wordt bepaald, met in acht neming van de volledige gedrukte betondoorsnede, dan is in figuur 2 te zien dat bij keuze van de hoogte ha voor de betondrukzone de werkelijk optredende hoogte hx onderschat wordt. En dus ook het weerstandsmoment van de samengestelde doorsnede.



Het traagheidsmoment Ix wordt als volgend bepaald:

$$Ix = n(Ixa + Aa*(Zs - Z)^2) + Ixb + Ab*(Zb - Z)^2 \quad .....(3)$$

Ook Ix is weer een funktie van n

Nu kan het weerstandsmoment Wx bepaald worden. Maatgevend is i.h.a. de staalspanning in de onderste vezel van het profiel. (De betondrukspanning bovenin het brugdek kan ook maatgevend zijn en dient in ieder geval gecontroleerd te worden).

$$Wxo = Ix/n*Z \quad .....(4)$$

En evenals Z en Ix is Wxo weer een funktie van n.

Opmerking:
De variatie van Wxo onder invloed van n, waarvan de waarde zelf niet goed is vast te stellen, is niet verwaarloosbaar.

3.4 Bepaling nuttige belasting.

3.4.1 De rijbaan

De nuttige, in dit geval de mobiele belasting, op het brugdek wordt uitgedrukt in het percentage van de belastingklasse 60 (V.O.S.B.), waarbij de grenstoestand wordt bereikt. In dit geval de toelaatbare spanning in het stalen profiel.

Voor het laststelsel behorende bij klasse 60 zie bijlage 1.

Per wiel bedraagt de belasting [P] 50 kN. Tevens is over het gehele brugdek een verdeelde belasting [q] van 4 kN/m2 aanwezig.

Uitgaande van het gegeven laststelsel kan het maximale moment onder een onbekende wiellast P en onbekende verdeelde belasting [q] bepaald worden op de overspanning met lengte [L] bepaald worden.

Voor zowel de wiellast [P] als de verdeelde belasting [q] geldt dat ze een percentage a van de klasse 60 wiellast [P] en de verdeelde belasting [q] zijn.
Met andere woorden, er geldt:

$$P = a*50 \text{ kN}$$
$$q = a*4 \text{ kN/m2}$$

Het maximale moment [Mmax] dient volgens de V.O.S.B. nog vermenigvuldigd te worden met de belastingfaktor Cb en de stootkoëfficient Cs.

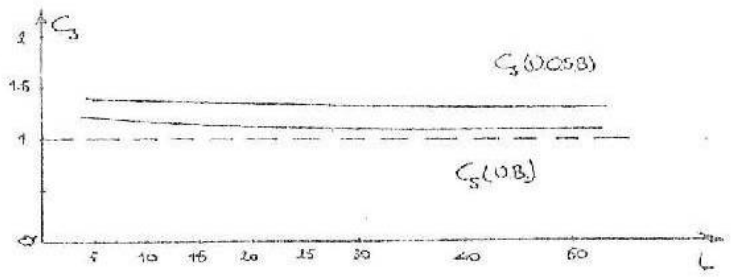
$$Cb = (0.6 + 40/(100 + L)) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$
$$Cs = (1 + 40/(100 + L)) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

Volgens de V.B. geldt voor de stootkoefficient Cs

$$Cs = (1 + 3/(10 + L)) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

Gezien de vergelijkbare massa van een betonnen brugdek en die van een Verbundträgerdek wordt de stootkoëfficient volgens de Voorschriften Beton (VB'84) berekend.

Vooral bij bruggen met kleinere overspanningen geeft een stootkoefficient volgens de V.B. een lagere waarde dan een die volgens de V.O.S.B. wordt berekend. Zie figuur 3.



Verder dient nog rekening gehouden te worden met de spreiding van de wiellast in breedte. Zie hiervoor 3.4.3

Er geldt dus:

$$Mmax,mob = Cb*Cs*S*Mmax \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8)$$

Hierin is Mmax dus een funktie van a, P, q en L .

3.4.2 De trambaan

De nuttige belasting, in dit geval de mobiele belasting, wordt uitgedrukt in en factor ten opzichte van de maatgevende tram. In deze (grens)toestand wordt de toelaatbare spanning bereikt. Meestal zal dit de staalspanning zijn.

Afhankelijk van de overspanning kunnen er drie trams maatgevend zijn. Te weten: de slijpwagens SL4 en SL5 en het tramstel 9G. In bijlage 1 zijn deze laststelsel weergegeven.
Het maximale moment onder het werkelijke gewicht van de maatgevende tram is Mmob.

Het maatgevende moment Mmob wordt nu nog vermenigvuldigd met een stootcoëfficient Cs.

$$Cs = (1 + 3/(10 + L)) \quad (V.B.) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Voor het maximale moment geldt dan:

$$Mmob,max = Cs*Mmob \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

3.4.3 Belastingspreiding

Voordat de belasting op een ligger bepaald kan worden moet bekend zijn hoeveel van de belasting op naastgelegen liggers door het brugdek wordt overgedragen.

Met betrekking tot de krachtsverdeling is er een onderverdeling in drie categorien te maken:

1. Het brugdek bestaat uit stroken, die vrij zijn opgelegd op de langsliggers. De last wordt verdeeld naar de oplegpunten (langsliggers), alsof de strook een ligger op twee steunpunten is. Er treden buigende momenten in langsrichting in de langsliggers op en in dwarsrichting in het betonnen dek.

2. De langsliggers worden als verende ondersteuningen beschouwd van een (stijf) betonnendek. Er treden buigende momenten in de langsrichting in de langsliggers op en in langs- en dwarsrichting in het betonnen dek.

3. De belastingspreiding wordt berekend met behulp van de plaattheorie voor balkroosters (of orthotrope plaat bijvoorbeeld Guyon / Massonnet.
In de langsliggers treden buigende momenten op, in het brugdek zowel buigende als wringende momenten in langs- en dwarsrichting.

Bekende oplossingen van de plaattheorie zijn die van Guyon/Massonnet en Courbon / Lacroix. Dit zijn benaderende oplossingen, die niet in alle gevallen even exact zijn.
Een andere, rekentechnisch exactere, oplossingsmethode is gebruik van een (eindig) elementen programma zoals Genesys.

De eerste benadering is een uiterste. Het werkelijk optredende moment in langsrichting zal kleiner zijn. De eerste benadering geeft een bovengrens, de tweede een ondergrens, mits er een volledig stijf wegdek is,voor het maximale liggermoment.

Is er een grotere nauwkeurigheid vereist dan moet de derde benadering gebruikt worden.

De benaderende oplossingen, [redacted], hebben als nadeel dat ze niet in alle gevallen bruikbaar en exact zijn. Bovendien is de berekening nogal bewerkelijk en onoverzichtelijk.

Het gebruik van een elementen programma, [redacted], is binnen de grenzen van gebruikte schematisatie wel exact. De schematisatie en de invoer daarvan in de computer is bewerkelijk.

Voor zowel computerberekeningen [redacted] als handberekeningen moet de constructie geschematiseerd worden. De vraag is of een dergelijke berekening, gezien de schematisatie en de spreiding in de gebruikte getalswaarden, tot betrouwbaardere resultaten leidt.

Het grootste probleem bij berekeningen aan oudere constructies is dat waarden voor sterkte- en belastingparameters een grote spreiding kunnen vertonen.
Een voorbeeld is de bijdrage van de wringing aan het draagvermogen. De bijdrage van een ongescheurde doorsnede is veel groter dan die van een gescheurde doorsnede. Of en in welke mate de beton doorsnede gescheurd is, is nauwelijks vast te stellen.

In bijlage 2 wordt verder ingegaan op de theoretische achtergrond van de plaattheorie en de oplossingen daarvoor.

3.5 Toelaatbare mobiele belasting.

Uit het produkt van de toelaatbare spanning en het weerstandsmoment kan het toelaatbare moment berekend worden.
Van het toelaatbare moment moet het moment ten gevolge van het eigen gewicht en de rustende belasting afgetrokken worden.
Dit moment (M - Meg,rb) is beschikbaar voor het opnemen van de mobiele belasting.

Voor de rijbaan kan dan uit gelijkstelling van (M - Meg,rb) en Mmax,mob de faktor a berekend worden.

Voor de trambaan kan de faktor maal het gewicht van de maatgevende tram op identieke wijze berekend worden.

4.0 Conclusies.

In de berekeningen zijn bepaalde aspecten verwaarloosd, waardoor het draagvermogen groter zou kunnen zijn.
Hoe groot deze reserves zijn en of er altijd over beschikt kan worden is onduidelijk. Bovendien kunnen deze reserves opwegen tegen andere juist draagvermogen verminderende mechanismen, die niet of onvoldoende onderkend worden.

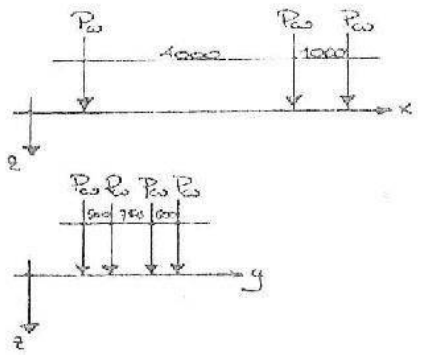
Voorbeelden van draagvermogen verhogende mechanismen zijn:

1. De konstruktie wordt beoordeeld op basis van een stootkoëfficient volgens de V.B. in plaats van een volgens de V.O.S.B.
2. De juiste grootte van de betondrukzone wordt in de berekening van de oppervlaktemomenten gebruikt.
3. De wringing en buiging in dwarsrichting wordt in rekening gebracht.

Ad.1
Het draagvermogen is berekend met gebruikmaking van een stootkoefficient volgens de V.B. Hierdoor wordt vooral het draagvermogen van bruggen met een kleine overspanning (rekenkundig) groter.
Ad.2
Uit een berekening, waarbij de hoogte van de beton-drukzone exact bepaald wordt, volgt dat het weerstandsmoment van de samengestelde doorsnede enkele tientallen procenten hoger kan zijn.
Ad.3
Het in rekening brengen van wringende momenten en buigende momenten in dwarsrichting is moeilijk omdat de waarden hiervoor sterk beinvloed worden door scheurvorming. De mate en plaats van de scheurvorming is moeilijk tot niet te schatten. Zie hiervoor 3.4.3 (belastingspreiding)

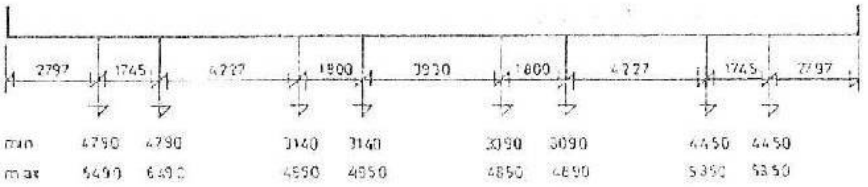
De resultaten van de berekeningen moeten zorgvuldig aangewend worden vanwege de vele onzekerheden in zowel de berekeningsmethoden als de invoergegevens (sterkte- en belastingparameters). Hiermee is ook het nadeel aangegeven van het volledig automatiseren van de brug-controle berekeningen. Men loopt het gevaar het inzicht te verliezen in de onderlinge verhoudingen. Met alle onzekerheden die aanwezig zijn, is het verstandig om elke berekeningsfase apart te beoordelen.
Wel zijn gedeelten te automatiseren, zoals de berekening van de diverse oppervlakte momenten (A, W, I) en de berekening van het maatgevende tram-laststelsel bij een bepaalde overspanning. De automatisering hiervan kan eenvoudig met behulp van een geavanceerde calculator geschieden.

Bijlage 1 : Laststelsels van trams en verkeersklasse 60 voertuigen.

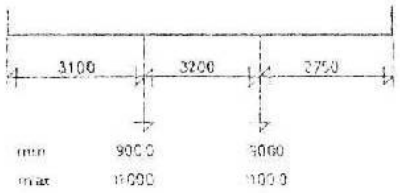


Trams

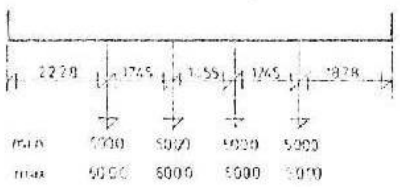
serie 780 804
9G WAGEN



SLIJPWAGEN SL 4



SLIJPWAGEN SL 5



maten in mm
gewichten in kg

Bijlage 2 : Plaattheorie

1.0 Inleiding.

In paragraaf 3.4.3, belastingspreiding, is een boven- en ondergrens voor de buigende momenten in de langsliggers afgeleid. In deze benaderingen werden de langsliggers en het brugdek gezien als twee aparte konstruktie-onderdelen.
Het brugdek en de langsligger, zoals al min of meer verondersteld werd bij de berekening van de samengestelde oppervlaktemomenten, werken wel degelijk samen.

Werd in eerste instantie verondersteld dat er alleen buiging in langsrichting optrad, dan kunnen nu met behulp van de plaattheorie ook de bijdragen van buigende momenten in dwarsrichting en van wringende momenten in zowel langs- als dwarsrichting in rekening gebracht worden.
De draagkonstruktie wordt beschouwd als een orthotrope plaat of een balkrooster.

Zoals ook in paragraaf 3.4.3 genoemd zijn er zowel hand- als computerberekeningen mogelijk.

2.0 Oplossingen m.b.v. de plaattheorie.

2.1 Handberekening.

Voor dit type bruggen, meerdere langsliggers en een betonnen plaat, wordt de oplossing volgens Guyon / Massonnet gebruikt.

Bekend moeten zijn:

1. [Θ] = buigstijfheidsparameter.
2. [α] = wringstijfheidsparameter.

2.1.1 Buigstijfheid [Θ].

$$\Theta = b/l * \sqrt[4]{\rho x / \rho y} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

in zowel langs- als dwarsrichting.

b = halve brugbreedte.
l = overspanning.

$$\rho x = (EI)x/(bl) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

(EI)x = buigstijfheid in x-(langs)richting.
(bl) = h.o.h. afstand langsliggers.

$$\rho y = (EI)y/(al) \quad \ldots\ldots(3)$$

(EI)y = buigstijfheid in y-(dwars)richting.
(al) = h.o.h. afstand dwarsdragers.

Voor een (brug)plaat geldt;

$$\rho y = Ed^3/(12*(1-\nu^2)) \quad \ldots\ldots(4)$$

d = dikte plaat.
ν = dwarscontractiecoëfficient.

2.1.2 Wringstijfheid [α].

$$\alpha = (G/2E)* \frac{jx + jy}{\sqrt{ix*iy}} = \gamma x + \gamma y/2\sqrt{\rho x * \rho y} \quad \ldots\ldots(5)$$

$$G = E/2(1+\nu) \quad \ldots\ldots(6)$$

γx = wringstijfheid in x-(langs)richting

$$\gamma x = (GIt)x/bl \quad \ldots\ldots(7)$$

Voor een doorgaande plaat zonder dwarsdragers geldt:

$$\gamma x = \gamma y = (1/6)G*d^3 = Ed/12(1+\nu) \quad \ldots\ldots(8)$$

Voor een Verbundträger-brugdek geldt:

- buigstijfheid in x-(langs)richting
  E = Ea
  I = Isamengest.
- wringstijfheid in y-(dwars)richting
  E = Eb en G = E/2(1+ν)
  It = $d^3/6$ (per eenheid van breedte)
- buigstijfheid in y-(dwars)richting
  E = Eb
  I = Iplaat

wringstijfheid in y-(dwars)richting
  E = Eb
  It = $d^3/6$ (per eenheid van lengte)

M.a.w. de buigstijfheid in langsrichting wordt bepaald door de buigstijfheid van de samengestelde doorsnede. (met E = Ea)
De buigstijfheid in dwarsrichting wordt bepaald door de het betonnen brugdek.(met E = Eb, I = $(1/12)b*d^3$)
De wringstijfheden, in zowel langs- als dwarsrichting zijn aan elkaar gelijk en worden door het brugdek bepaald.

M.b.v. van de nu bekende gegevens (Θ en α) kan de dwarsspreiding door interpolatie uit de tabellen van [redacted] bepaald worden.

Deze methode is nogal bewerkelijk, met name het opzetten van de tabellen voor de dwarsspreiding.
Tevens moet gecontroleerd worden of de vereenvoudigingen die aan de methode ten grondslag liggen nog wel verantwoord zijn.

2.2 Elementenbenadering

2.2.1 Algemeen

Een andere mogelijkheid voor het oplossen van plaatvergelijkingen bieden de eindige elementen programma's.
M.b.v. het Genesys pakket is het mogelijk plaatproblemen op verschillende wijzen op te lossen.
Hier is gekozen voor het Susan (Structural Analysis) subsysteem.

2.2.2 Schematisatie

Het brugdek wordt geschematiseerd tot een rooster met buig- (BENDA) en buig/wring- (GRIBA) staafelementen.

De langsliggers zijn tot zogenaamde BENDA-elementen geschematiseerd. Deze nemen alleen buigende momenten op.
Het betondek zelf wordt door zogenaamde GRIBA-elementen voorgesteld. Deze nemen zowel buiging als wringing op.

De massa van het brugdek is toegekend aan de GRIBA-elementen, die van de langsliggers aan de BENDA-elementen.

De stramienmaat van het rooster in x-richting is gelijk aan de h.o.h. afstand van de langsliggers. In y-richting wordt een vergelijkbare afstand gekozen.

2.2.3 Voorbeeld

Als rekenvoorbeeld wordt (een gedeelte van) brug 75, Utrechtsestraat over de Prinsengracht, gekozen.

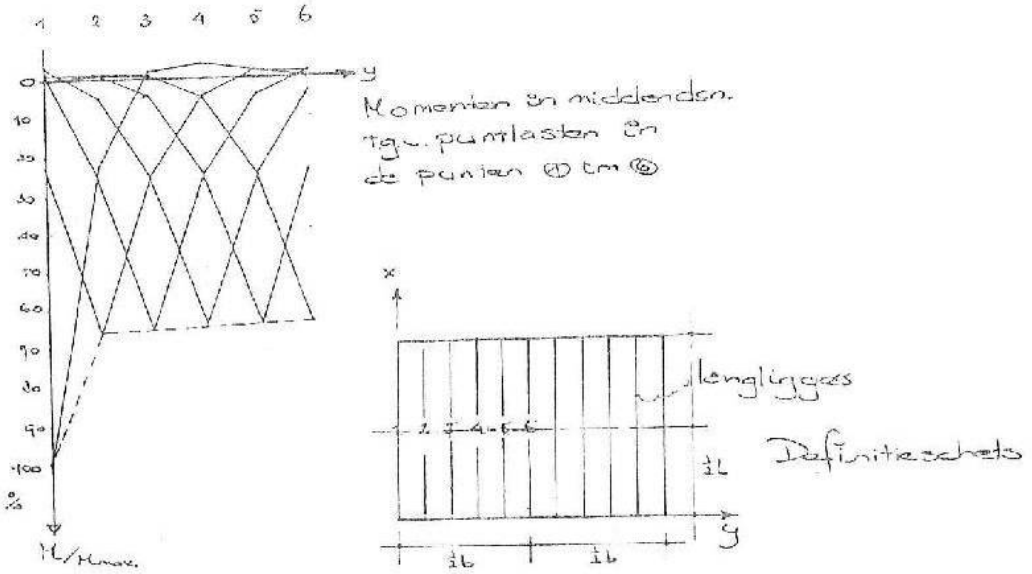
De bedoeling is om een indruk te krijgen van de dwarsspreiding in het midden van de overspanning.

Het beschouwde stuk is 11 langsliggers breed en alle langsliggers zijn van hetzelfde type (DIFF 26 B). De overspanning bedraagt 6.9 meter. Verondersteld wordt dat een puntlast in het midden van de brug geen invloed meer uitoefend op de randliggers.

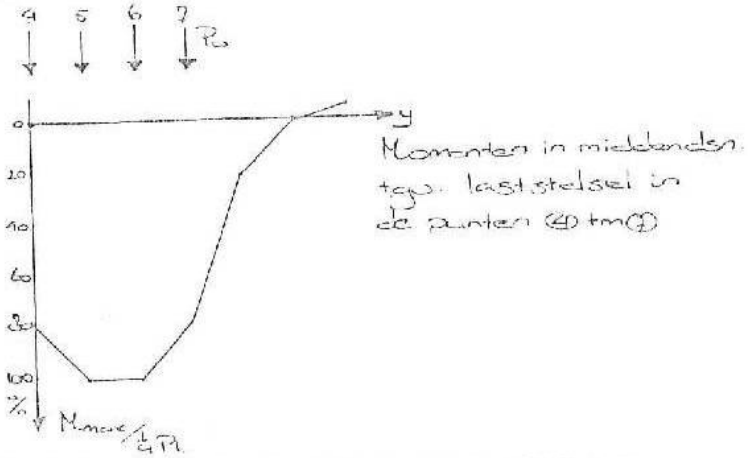
2.2.3.1 Resultaten

Uit figuur 1 blijkt dat de invloed van een puntlast in de middendoorsnede na vier langsliggers vrijwel uitgedempt is.

Figuur 1.



Superpositie van lasten tot een laststelsel (in de middendoorsnede) levert de volgende resultaten op. Zie figuur 2.



Het laststelsel is niet geheel analoog aan het V.O.S.B. laststelsel (moet in stramienmaat passen), maar geeft toch een indikatie van de dwars-spreiding.
Worden de wiellasten van dit laststelsel evenredig over de langsliggers verdeeld dan geldt voor de maximale last Pex = 1.00*Pw.
De uitkomst volgens [redacted] Pex = 1.02*Pw, wat op een zeer geringe dwarsspreiding duidt.

Met andere woorden de invloed van de dwarsspreiding van dit laststelsel bij deze stijfheidsverhoudingen is erg gering. Gezien het feit dat de lasten bij dit laststelsel precies boven de langsliggers staan, is dit laststelsel niet geheel representatief voor een V.O.S.B. laststelsel.
Wordt het juiste laststelsel aangehouden dan zal de last-spreiding iets groter zijn.

Is er scheurvorming in het beton opgetreden, dan zal de bijdrage van de wringing sterk teruglopen. Bij scheuren in langsrichting treedt er een evenredige verdeling over de langsliggers op.

Conclusie.

In dit geval is de evenredige verdeling van lasten over de langsliggers gerechtvaardigd.

Men kan er van uit gaan dat bij oudere bruggen de wringbijdrage door scheurvorming sterk is teruggelopen, waardoor het verstandiger is de bovengrens benadering, evenredige verdeling, aan te houden. Eventueel is er dan, ook door buiging van het betondek in dwarsrichting, nog enige reserve aanwezig.
Omdat deze reserve is moeilijk kwantificeerbaar is, kan ze beter niet meegerekend worden.